

Kod ucznia .....

**MAŁOPOLSKI KONKURS MATEMATYCZNY**  
**dla gimnazjalistów**  
**rok szkolny 2009 / 2010**  
**ETAP REJONOWY - 5 stycznia 2010 roku**

1. Zestaw zawiera 14 zadań. Za bezbłędne rozwiązanie wszystkich zadań możesz uzyskać **30 punktów**.
2. W zadaniach 1.– 4. przedstaw pełne rozwiązania, każde na oddzielnej kartce, pamiętając o wszystkich obliczeniach, potrzebnych uzasadnieniach i odpowiedziach (w czystopisie). Za poprawne rozwiązanie każdego z zadań 5. – 8. otrzymasz **1 punkt**. Za poprawne rozwiązanie każdego z zadań 9. – 14. otrzymasz **2 punkty**.
3. W zadaniach 5. – 14. spośród 5 proponowanych odpowiedzi tylko jedna jest poprawna.
4. Odpowiedzi do zadań 5. – 14. zaznacz symbolem **X** w tabeli odpowiedzi, która znajduje się na końcu arkusza. Tylko odpowiedzi zaznaczone w tabeli będą oceniane. Jeśli się pomylisz, błędne zaznaczenie otocz kółkiem i zaznacz symbolem **X** inną odpowiedź. Brak wyboru odpowiedzi będzie traktowany jako błędna odpowiedź.
5. Pamiętaj, że brudnopis podlega zwrotowi, lecz nie podlega ocenie.
6. Pisz długopisem lub piórem, nie używaj korektora.
7. Podczas pracy nie możesz korzystać z kalkulatora.
8. Na rozwiązanie wszystkich zadań masz **120 minut**.

*Życzymy powodzenia!!!*

**Zadanie 1.** (4 pkt)

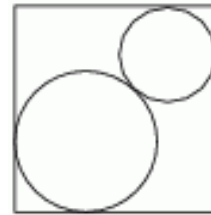
Funkcję  $f$ , której dziedziną jest zbiór liczb rzeczywistych określono wzorem

$$f(x) = \begin{cases} x+5 & \text{dla } x < -5 \\ -x+2 & \text{dla } -5 \leq x < 5 \\ x-6 & \text{dla } x \geq 5 \end{cases}$$

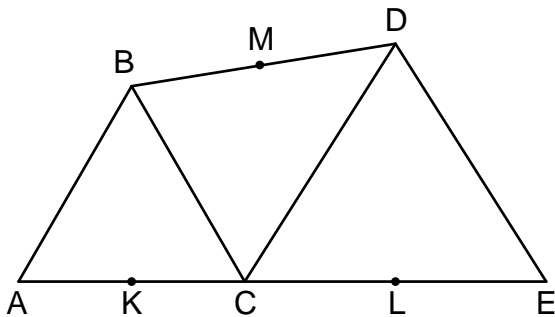
- Sporządź wykres funkcji  $f$ .
- Wyznacz miejsca zerowe funkcji  $f$ .
- Oblicz wartość funkcji  $f$  dla argumentu  $\sqrt{2} + 2$ .

**Zadanie 2.** (4 pkt)

W kwadracie o boku długości 1 narysowano dwa okręgi do siebie styczne zewnętrznie. Każdy z tych okręgów jest styczny do dwóch sąsiednich boków kwadratu (jak na rysunku). Oblicz, ile wynosi suma długości promieni tych okręgów.

**Zadanie 3.** (2 pkt)

Trójkąty  $ABC$  i  $CDE$  są równoboczne. Punkty  $A$ ,  $C$  i  $E$  leżą na jednej prostej. Punkty  $K$ ,  $L$  i  $M$  są środkami kolejno odcinków  $AC$ ,  $CE$  i  $BD$  (zobacz rysunek).



Uzasadnij, że punkty  $K$ ,  $L$  i  $M$  są wierzchołkami trójkąta równobocznego.

**Zadanie 4.** (4 pkt)

Wyrażenie  $\frac{2^{84} \cdot 6^2 - 2^{86}}{2^{-33} \cdot 2^{57}}$  przedstaw w postaci potęgi liczby 2. W dalszych obliczeniach przyjmij w miejsce  $2^{10}$  liczbę 1000 i zapisz przybliżenie otrzymanej potęgi liczby 2 w postaci  $a \cdot 10^k$ , w której  $1 \leq a < 10$ ,  $k$  jest liczbą naturalną.

**Zadanie 5.** (1 pkt)

W prostokącie przekątna długości  $d$  dzieli kąt wewnętrzny prostokąta na dwie równe części. Stosunek pola kwadratu zbudowanego na tej przekątnej do pola prostokąta wynosi

- A.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$                       B. 1,5                      C.  $\sqrt{2}$                       D. 2                      E.  $2\sqrt{2}$

**Zadanie 6.** (1 pkt)

Pewien towar obłożony 7% podatkiem VAT kosztuje 1926 zł. O ile złotych wzrosłaby cena tego towaru, gdyby został on obłożony 22% podatkiem VAT?

- A. O 126.                      B. O 270.                      C. O 288,90                      D. O 396.                      E. O 423,72.

**Zadanie 7.** (1 pkt)

Rozważmy sześcian o krawędzi długości  $a$ , objętości  $V_1$  i polu powierzchni bocznej  $P_1$  oraz sześcian o krawędzi długości  $2a$ , objętości  $V_2$  i polu powierzchni bocznej  $P_2$ .Prawdą jest, że

- A.  $V_1 = 8V_2$                       B.  $V_2 = 6V_1$                       C.  $P_2 = 4P_1$                       D.  $V_2 = 4V_1$                       E.  $P_2 = 6P_1$

**Zadanie 8.** (1 pkt)

Jeśli  $a = \frac{2b+1}{b-1}$  gdzie  $b \neq 1$ , to

- A.  $b = \frac{a+1}{a-2}$                       B.  $b = \frac{a-2}{a+1}$                       C.  $b = \frac{a-1}{2a+1}$                       D.  $b = \frac{a+1}{a+2}$                       E.  $b = \frac{a+2}{a+1}$

**Zadanie 9.** (2 pkt)

Obwód równoległoboku wynosi 112 cm , a stosunek długości wysokości równoległoboku jest równy 9 : 5. Długości dwóch różnych boków tego równoległoboku wynoszą

- A. 16 cm i 40 cm  
B. 17 cm i 39 cm  
C. 18 cm i 38 cm  
D. 19 cm i 37 cm  
E. 20 cm i 36 cm

**Zadanie 10.** (2 pkt)

Odkurzacz kosztował 200 zł, dodatkowe do niego wyposażenie 50 zł. W ciągu roku odkurzacz podrożał o 30%, a dodatkowe wyposażenie o 50 %.Po tych podwyżkach komplet, czyli odkurzacz z wyposażeniem zdrożał o

- A. 67,5%                      B. 40%                      C. 34%                      D. 21,8%                      E. 14%

**Zadanie 11.** (2 pkt)

Podstawy trapezu równoramiennego mają długości 10 cm i 16 cm, a kąt ostry trapezu ma miarę  $60^\circ$ .Obwód tego trapezu wynosi

- A. 38 cm  
B.  $(\sqrt{3} + 26)$  cm  
C. 50 cm  
D.  $2(\sqrt{3} + 13)$  cm  
E. 52 cm

