

**MAŁOPOLSKI KONKURS MATEMATYCZNY  
dla uczniów gimnazjów**

**Rok szkolny 2015/2016**

**ETAP REJONOWY – 17 grudnia 2015 r.**

## Kryteria oceny zadań:

<b>Zad.1</b>	<b>A.</b>	<b>B.</b>	<b>C.</b>	<b>D.</b>	<b>E.</b>
<b>Zad.2</b>	<b>A.</b>	<b>B.</b>	<b>C.</b>	<b>D.</b>	<b>E.</b>
<b>Zad.3</b>	<b>A.</b>	<b>B.</b>	<b>C.</b>	<b>D.</b>	<b>E.</b>
<b>Zad.4</b>	<b>A.</b>	<b>B.</b>	<b>C.</b>	<b>D.</b>	<b>E.</b>
<b>Zad.5</b>	<b>A.</b>	<b>B.</b>	<b>C.</b>	<b>D.</b>	<b>E.</b>
<b>Zad.6</b>	<b>A.</b>	<b>B.</b>	<b>C.</b>	<b>D.</b>	<b>E.</b>
<b>Zad.7</b>	<b>A.</b>	<b>B.</b>	<b>C.</b>	<b>D.</b>	<b>E.</b>
<b>Zad.8</b>	<b>A.</b>	<b>B.</b>	<b>C.</b>	<b>D.</b>	<b>E.</b>
<b>Zad.9</b>	<b>A.</b>	<b>B.</b>	<b>C.</b>	<b>D.</b>	<b>E.</b>
<b>Zad.10</b>	<b>A.</b>	<b>B.</b>	<b>C.</b>	<b>D.</b>	<b>E.</b>

### Zad. 11. (2 pkt.)

<p>Wyłączenie czynnika <math>2^{30}</math> przed nawias:  <math>2^{34} + 2^{31} + 2^{30} = 2^{30}(2^4 + 2 + 1)</math></p> <p>lub wyłączenie czynnika <math>2^{29}</math> przed nawias:  <math>2^{34} + 2^{32} + 2^{30} = 2^{29}(2^5 + 2^2 + 2)</math></p>	1 p.
<p>Przedstawienie liczby <math>2^{34} + 2^{31} + 2^{30}</math> jako wielokrotności liczby 38:  <math>2^{29} \cdot 38</math></p>	1 p.

### Zadanie 12. (4 pkt)

Zauważenie, że największa reszta z dzielenia przez 25 wynosi 24	1 p.
Obliczenie największego $n$ : $n = 24 \cdot 25 + 24 = 624$	1 p.
<p>Wyznaczenie najmniejszego <math>n</math>: <math>n = 25 \cdot k + k = 26 \cdot k</math>, gdzie <math>26 \cdot k \geq 100</math>.            Stąd <math>k = 4</math>, <math>n = 104</math>.            Uwaga:  <i>Jeżeli uczeń zauważy, że <math>25 \cdot 1 + 1 &lt; 100</math>, <math>25 \cdot 2 + 2 = 52 &lt; 100</math>,  <math>25 \cdot 3 + 3 = 78 &lt; 100</math>, <math>25 \cdot 4 + 4 = 104 &gt; 100</math> — przydzielamy punkt</i></p>	1 p.
Obliczenie ile liczb $n$ spełnia warunek opisany w zadaniu: $24 - 3 = 21$ .	1 p.

Uwagi:

- 1) Jeżeli uczeń stwierdził, że największa reszta z dzielenia przez 25 wynosi 24, w pamięci obliczył i zapisał najmniejszą i największą liczbę  $n$  spełniającą warunki zadania oraz ilość takich liczb — przyznajemy 5 pkt.
- 2) Gdy uczeń nie stwierdzi, że największa reszta z dzielenia przez 25 wynosi 24, bez zapisania obliczeń zapisze najmniejszą, największą liczbę  $n$  spełniającą warunki zadania oraz zapisze ilość takich liczb — otrzymuje 2 pkt.
- 3) jeżeli uczeń zapisał wzorem liczbę  $n$ :  $n = 25x + x = 26x$ , obliczył poprawnie najmniejszą liczbę  $n$  spełniającą warunki zadania — otrzymuje 2 pkt.

**Zadanie 13.** (4 pkt.)

*Sposób I:*

Zauważenie, że 12 pracowników wykona resztę pracy w ciągu 12 dni	1 p.
Oznaczenie liczby dni o które skróci się wykonanie tej pracy przez $x$ i ułożenie równania $(12 - x) \cdot 16 = 12 \cdot 12$ Uwaga: Jeżeli zauważy odwrotną proporcjonalność i nie ułoży poprawnie równania — przyznajemy 1p.	2 p.
Rozwiązanie równania $(12 - x) \cdot 16 = 12 \cdot 12$ i podanie odpowiedzi: $x = 3$ .	1 p.

*Sposób II:*

Zauważenie, że 12 pracowników wykona resztę pracy w ciągu 12 dni	1 p.
Oznaczenie liczby dni potrzebnych 16 pracownikom na wykonanie pozostałej pracy przez $y$ i ułożenie równania $16y = 12 \cdot 12$	1 p.
Rozwiązanie równania $16y = 12 \cdot 12$ i wyznaczenie $y = 9$	1 p.
Obliczenie o ile dni skróci się wykonanie pracy i podanie odpowiedzi: 3 dni	1 p.

*Sposób III:*

Obliczenie „wydajności dziennej” jednego pracownika: $\frac{1}{180}$ pracy do wykonania Obliczenie, jaką część pracy wykonało 12 pracowników w ciągu 12 dni: $\frac{4}{5}$ zaplanowanej pracy	1 p.
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------

Obliczenie, jaką część pracy wykona 12 pracowników w ciągu $t$ dni: $\frac{16t}{180}$	1 p.
Ułożenie i rozwiązanie równania $\frac{16t}{180} = \frac{4}{5}$ , $t=9$	1 p.
Obliczenie o ile dni skróci się wykonanie pracy i podanie odpowiedzi: 3 dni	1 p.

**Zadanie 14.** (5 pkt)

Wykonanie poprawnego rysunku (graniastosłupa z zaznaczoną prawidłowo krótszą przekątną, lub samego przekroju z zaznaczoną przekątną)	1 p.
Obliczenie długości krótszej przekątnej podstawy: $2 \cdot \frac{5\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 5$	1 p.
Umieszczenie na rysunku (lub opisanie) długości boków trójkąta prostokątnego pozwalającego na obliczenie wysokości $h$ graniastosłupa i obliczenie tej wysokości: $h = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$ cm	1p.
Obliczenie pola powierzchni: $P = 2 \cdot 6 \cdot \frac{\left(\frac{5\sqrt{3}}{3}\right)^2 \cdot \sqrt{3}}{4} + 6 \cdot \frac{5\sqrt{3}}{3} \cdot 12 = 25\sqrt{3} + 120\sqrt{3} = 145\sqrt{3} \text{ cm}^2$	1 p.
Obliczenie objętości: $V = \frac{25\sqrt{3}}{2} \cdot 12 = 150\sqrt{3} \text{ cm}^3$	1 p.

Uwagi:

- 1) Przy braku jednostek nie ujmujemy punktu.
- 2) Za brak rysunku, przy poprawnych obliczeniach, nie ujmujemy punktu.
- 3) Błędne wybranie przekątnej skutkuje brakiem punktów za to zadanie.
- 4) Błąd rachunkowy przy obliczeniu pola podstawy (przy znajomości wzoru na pole sześciokąta foremnego i obliczeniu pola powierzchni i objętości graniastosłupa z konsekwencją tego błędu) powoduje utratę jednego punktu; przy dwóch lub trzech błędach rachunkowych uczeń traci dwa punkty.

**Każde niestandardowe pełne rozwiązanie zadania jest punktowane maksymalną liczbą punktów za to zadanie.**