

MAŁOPOLSKI KONKURS MATEMATYCZNY
dla uczniów gimnazjów

Rok szkolny 2015/2016

ETAP WOJEWÓDZKI – 10 marca 2016 r.

K r y t e r i a o c e n i a n i a :

Zad.1	A.	B.	C.	D.	E.
Zad.2	A.	B.	C.	D.	E.
Zad.3	A.	B.	C.	D.	E.
Zad.4	A.	B.	C.	D.	E.
Zad.5	A.	B.	C.	D.	E.
Zad.6	A.	B.	C.	D.	E.
Zad.7	A.	B.	C.	D.	E.
Zad.8	A.	B.	C.	D.	E.
Zad.9	A.	B.	C.	D.	E.
Zad.10	A.	B.	C.	D.	E.

Zad. 11.

Zapisanie warunku, że liczba $4^n - 1$ jest podzielna przez 3: $4^n - 1 = 3k$	1 p.
Zapisanie: <i>Sposób I:</i> $4^{n+1} - 1 = 4 \cdot 4^n - 1 = 3 \cdot 4^n + 4^n - 1$ lub <i>Sposób II:</i> $4^{n+1} - 1 = 4 \cdot 4^n - 4 + 3 = 4(4^n - 1) + 3$ lub <i>Sposób III:</i> $4^{n+1} - 1 = 4^n \cdot 4 - 1 = (3k + 1) \cdot 4 - 1 = 3(4k + 1)$	1 p.
Uzasadnienie, że liczba $4^{n+1} - 1$ jest podzielna przez 3	1 p.

Uwaga:

Jeżeli uczeń udowadnia podzielność $4^{n+1} - 1$ przez 3 bez wykorzystania informacji z zadania — otrzymuje za zadanie 1pkt.

Zad. 12.

Wyznaczenie dziedziny	1 p.
Sporządzenie wykresu <i>jeżeli uczeń nie zaznaczy na rysunku wyraźnie braku wartości funkcji dla argumentu 1,5 — 1p.</i>	2 p.
Podanie zbioru wartości $\{-2, 2\}$ i stwierdzenie, że funkcja f nie ma miejsc zerowych	1 p.

Zad. 13.*Sposób I:*

Zauważenie, że: $\frac{x+y}{x+y} = 1$	1 p.
Zapisanie: $\frac{x+y}{x+y} = \frac{x}{x+y} + \frac{y}{x+y}$	1 p.
Skorzystanie z danych zadania i obliczenie drugiego składnika sumy $\frac{x}{x+y} + \frac{y}{x+y}$: $\frac{y}{x+y} = 1 - t$,	1 p.
Zapisanie wyrażenia $\frac{y}{x+y}$ w postaci $2 \cdot \frac{y}{2x+2y}$ i obliczenie: $\frac{y}{2x+2y} = \frac{1-t}{2}$	1 p.

Sposób II:

Wyznaczenie x z podanej równości: $x = \frac{ty}{1-t}$ lub wyznaczenie y : $y = \frac{x(1-t)}{t}$	2 p.
Wstawienie do wyrażenia $\frac{y}{2x+2y}$ poprawnie obliczonej wartości x (lub y)	1 p.
Udzielenie odpowiedzi: $\frac{y}{2x+2y} = \frac{1-t}{2}$	1 p.

Sposób III:

Wyznaczenie z podanej w zadaniu równości: $\frac{y}{x} = \frac{1}{t} - 1$	2 p.
Przekształcenie podanej w zadaniu równości do postaci $\frac{y}{2x+2y} = \frac{t}{2} \cdot \frac{y}{x}$	1 p.
Zapisanie zależności: $\frac{y}{2x+2y} = \frac{t}{2} \cdot \left(\frac{1}{t} - 1\right)$	1 p.

Zad. 14.

Sporządzenie rysunku z zaznaczonym przekrojem, który jest sześciokątem o wierzchołkach leżących na krawędziach sześcianu.	1 p.
Zauważenie (zaznaczenie na rysunku lub opisanie), że wierzchołki sześciokąta są środkami odpowiednich krawędzi sześcianu	1 p.
Obliczenie długości boku sześciokąta: $b = \frac{12\sqrt{2}}{2} = 6\sqrt{2}$ cm	1 p.
Obliczenie pola sześciokąta: $P = 6 \cdot \frac{b^2\sqrt{3}}{4} = 108\sqrt{3}$ cm ²	1 p.

Zad. 15.

Sporządzenie rysunku z poprawnie zaznaczonym stosunkiem odcinków 1:4 i obliczenie długości promienia okręgu: $r = 5$ cm	1 p.
Obliczenie wysokości trapezu (np. z tw. Pitagorasa, po obliczeniu długości odcinków, na które wysokość trapezu opuszczona z wierzchołka C dzieli średnicę): $h = 4$ cm	1 p.
Obliczenie długości krótszej podstawy (6 cm) i ramienia trapezu ($2\sqrt{5}$ cm)	1 p.
Obliczenie pola P i obwodu O trapezu $P = 32$ cm ² , $O = 16 + 4\sqrt{5}$ cm	1 p.

Uwaga:

Jeśli z opisu wynika, że uczeń „widzi” w figurze trójkąty równoboczne — za to zadanie otrzymuje 0 pkt.

Za każde niestandardowe poprawne rozwiązanie zadania uczeń otrzymuje maksymalną liczbę punktów przewidzianą za jego rozwiązanie.