

**II MAŁOPOLSKI KONKURS MATEMATYCZNY DLA GIMNAZJALISTÓW
ROK SZKOLNY 2002/2003**

1. Arkusz zawiera 5 zadań konkursowych. Na ich rozwiązanie masz 90 minut.
2. Kolejność rozwiązywania zadań jest dowolna.
3. Przedstaw jak najpełniejsze rozwiązania zadań, pamiętając o wszystkich obliczeniach, potrzebnych uzasadnieniach i odpowiedziach.
4. Nie używaj korektora, błędy przekreślaj.
5. Podczas pracy nie wolno korzystać z kalkulatorów.

Zadanie 1 (4 punkty)

Oblicz:

a) $2001 \frac{5}{19} \cdot 2002 \frac{5}{19} - 2000 \frac{5}{19} \cdot 2003 \frac{5}{19} =$

b) Znajdź cyfrę jedności liczby 2003^{2003} .

Zadanie 2 (4 punkty)

W klasie jest 32 uczniów.

- a) Czy w tej klasie może być o 7 dziewcząt więcej niż chłopców? Odpowiedź uzasadnij.
- c) Jaka liczba może być różnicą liczby dziewcząt i liczby chłopców w tej klasie?
Wyznacz wszystkie te liczby lub podaj ogólny warunek.

Zadanie 3 (7 punktów)

Funkcja f określona jest na zbiorze liczb naturalnych ($N = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$) wzorem:

$$f(n) = \begin{cases} n - 3, & \text{gdy } n \text{ jest liczbą nieparzystą,} \\ \frac{1}{2} n, & \text{gdy } n \text{ jest liczbą parzystą.} \end{cases}$$

- a) Oblicz wartość tej funkcji dla $n = 5$.
- b) Czy podana funkcja ma miejsca zerowe? Odpowiedź uzasadnij.
- c) Jaka jest najmniejsza, a jaka największa wartość tej funkcji (o ile istnieje)?
Odpowiedź uzasadnij.
- d) Narysuj wykres tej funkcji dla $1 < n \leq 10$.

Zadanie 4 (5 punktów)

Dany jest kwadrat o boku długości a . Na bokach tego kwadratu, na zewnątrz, zbudowano trójkąty równoboczne. Wierzchołki kolejnych trójkątów, niebędące wierzchołkami danego kwadratu połączono odcinkami. Oblicz pole otrzymanego czworokąta. Wykonaj odpowiedni rysunek pomocniczy.

Zadanie 5 (5 punktów)

Dany jest kwadrat ABCD oraz trójkąt równoboczny AED. Wyznacz miarę kąta BEC.

