



Kod ucznia

MAŁOPOLSKI KONKURS MATEMATYCZNY

dla gimnazjalistów

Rok szkolny 2010 / 2011

ETAP REJONOWY - 7 grudnia 2010 roku

1. Przed Tobą zestaw **14** zadań konkursowych. Za bezbłędne rozwiązanie wszystkich zadań możesz uzyskać **30** punktów.
2. Na ich rozwiązanie masz **120** minut. Piętnaście minut przed upływem tego czasu zostaniesz o tym poinformowany przez członka Komisji Konkursowej.
3. W zadaniach **1.- 5.** przedstaw pełne rozwiązania, każde na oddzielnej kartce, pamiętając o wszystkich obliczeniach, potrzebnych uzasadnieniach i odpowiedziach (w czystopisie).
Za poprawne rozwiązanie każdego z zadań od **6.** do **10.** otrzymasz **1** punkt. Za poprawne rozwiązanie każdego z zadań od **11.** do **14.** otrzymasz **2** punkty.
Spośród 5 proponowanych odpowiedzi tylko jedna jest poprawna.
4. Odpowiedzi do zadań **6. - 14.** zaznacz symbolem **X** w tabeli odpowiedzi, która znajduje się na końcu arkusza. Tylko odpowiedzi zaznaczone w tabeli będą oceniane. Jeśli się pomylisz, błędne zaznaczenie otocz kółkiem i zaznacz symbolem **X** inną odpowiedź. Brak wyboru odpowiedzi będzie traktowany jako błędna odpowiedź.
5. Pisz długopisem lub piórem, nie używaj korektora. Jedną kartkę z tych, które otrzymasz, możesz poświęcić na brudnopis. Brudnopis nie podlega ocenie.
6. Podczas pracy nie możesz korzystać z kalkulatora.
7. Wyłącz telefon komórkowy, jeśli go posiadasz.
8. Stwierdzenie niesamodzielności pracy lub przeszkadzanie innym, spowoduje wykluczenie Ciebie z udziału w Konkursie.

Życzymy Ci powodzenia

Zadanie 1. / 3 pkt /

Czy istnieją liczby dodatnie x i y , spełniające układ nierówności:

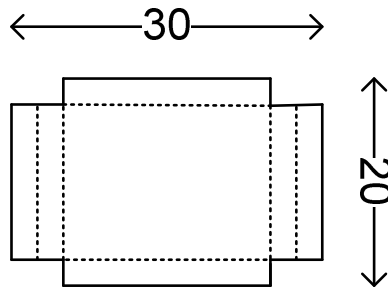
a) $\begin{cases} x^2 < y \\ y^2 < x \end{cases}$

b) $\begin{cases} x < y \\ \frac{1}{x} < \frac{1}{y} \end{cases}$

Odpowiedź uzasadnij.

Zadanie 2. / 3 pkt /

Producent chce wykonać pudełka - otwarte z góry - z prostokątnych arkuszy tektury o wymiarach 30 cm na 20 cm. Pudełka powstają przez dwukrotne zaginanie wzdłuż linii równoległych do krótszych boków i jednokrotnie wzdłuż dłuższych boków, jak to pokazano na rysunku.



a) Wypełnij poniższą tabelę, w której przewidziano różne wysokości takich pudełek.

Wysokość w cm	2	3	4
Objętość w cm^3			

b) Wyznacz wzór na objętość pudełka przyjmując za wysokość h , przy założeniu:
 $h < 7,5 \text{ cm}$.

Zadanie 3. / 3 pkt /

Dane są dwie różne cyfry, z których żadna nie jest zerem. Uzasadnij, że suma wszystkich liczb dwucyfrowych utworzonych z tych cyfr jest podzielna przez 22.

Zadanie 4. / 4 pkt /

Czterej bracia mieli razem 4500 zł. Jeżeli kwotę pieniędzy pierwszego z nich powiększy się o 200 zł, drugiego zmniejszy o 200 zł, pieniądze trzeciego podwoi, a czwartego zmniejszy o połowę, to wszyscy będą mieli tyle samo pieniędzy. Ile pieniędzy miał każdy z braci?

Zadanie 5. / 4 pkt /

Uzasadnij, że $\sqrt{3 - \sqrt{8}} + \sqrt{5 - \sqrt{24}} + \sqrt{7 - \sqrt{48}} = 1$

Zadanie 6. / 1 pkt /

Wiedząc, że $m > p > 0$, porównaj $\frac{mp}{m}$ i $\frac{mp}{p}$.

- A. $\frac{mp}{m} > \frac{mp}{p}$
- B. $\frac{mp}{m} < \frac{mp}{p}$
- C. $\frac{mp}{m} = \frac{mp}{p}$
- D. $\frac{mp}{m} \geq \frac{mp}{p}$
- E. Nie da się porównać $\frac{mp}{m}$ i $\frac{mp}{p}$

Zadanie 7. / 1 pkt /

Średnia arytmetyczna liczb a i b wynosi 20. Ile wynosi średnia arytmetyczna liczb a , b i 5?

- A. $8\frac{1}{3}$
- B. 10
- C. 12,5
- D. 15
- E. 17,5

Zadanie 8. / 1 pkt /

Trójkąt ABC jest równoramienny i jeden z jego kątów ma miarę 40° . Suma miar dwóch kątów, które mają równą miarę jest

- A. większa niż 40° i mniejsza lub równa niż 70° .
- B. równa mierze trzeciego kąta.
- C. większa niż 70° i mniejsza niż 150° .
- D. równa 150° .
- E. Jest zbyt mało danych, by udzielić odpowiedzi.

Zadanie 9. / 1 pkt /

Odcinek łączący ramiona trapezu i równoległy do jego podstaw, podzielił trapez na dwie figury o równych polach. Przyjmij, że pole trapezu wynosi $S \text{ cm}^2$, a długości jego podstaw są równe a i b (cm). Oblicz długość h wysokości trapezu.

- A. $\frac{S}{a+\frac{1}{2}b} \text{ cm}$
- B. $\frac{S}{a+b} \text{ cm}$
- C. $\frac{3S}{a+b} \text{ cm}$
- D. $\frac{S}{\frac{1}{2}a+b} \text{ cm}$
- E. $\frac{2S}{a+b} \text{ cm}$

