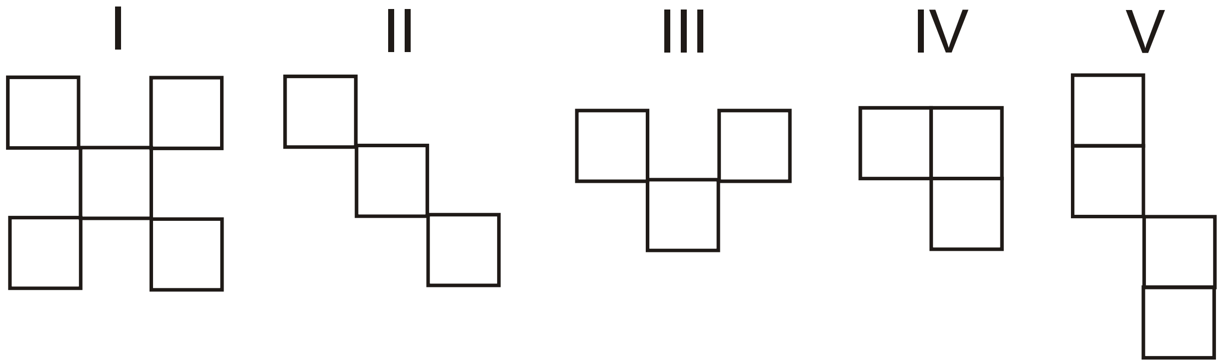
MAŁOPOLSKI KONKURS MATEMATYCZNY
dla uczniów gimnazjów
Rok szkolny 2016/2017
ETAP REJONOWY — 16 stycznia 2017 roku

1. Przed Tobą zestaw 17 zadań konkursowych.
2. Na ich rozwiązanie masz **90** minut. Piętnaście minut przed upływem tego czasu zostaniesz o tym poinformowany przez członka Komisji Konkursowej.
3. Za bezbłędne rozwiązanie wszystkich zadań możesz uzyskać **34** punkty. W każdym zadaniu zamkniętym spośród 5 proponowanych odpowiedzi tylko jedna jest poprawna.
4. Za poprawne rozwiązanie każdego z zadań od 1 do 8 otrzymasz **1** punkt. Za poprawne rozwiązanie każdego z zadań od 9 do 14 otrzymasz po **2** punkty.
5. Odpowiedzi do zadań 1 – 14 zaznacz symbolem **X** w tabeli odpowiedzi, która znajduje się na końcu arkusza. Tylko odpowiedzi zaznaczone w tabeli będą oceniane. Jeśli się pomylisz, błędne zaznaczenie otocz kółkiem i zaznacz symbolem **X** inną odpowiedź. Brak wyboru odpowiedzi będzie traktowany jako błędna odpowiedź.
6. W zadaniach 15.–17. przedstaw pełne rozwiązania, każde na oddzielnej kartce, pamiętając o wszystkich obliczeniach, potrzebnych uzasadnieniach i odpowiedziach wraz z niezbędnymi jednostkami (w czystopisie).
7. Pisz długopisem lub piórem, nie używaj korektora. Jedną kartkę z tych, które otrzymasz, możesz poświęcić na brudnopis. Brudnopis nie podlega ocenie.
8. Podczas pracy nie możesz korzystać z kalkulatora.
9. Przekaż wyłączony telefon komórkowy Komisji (jeśli go posiadasz).
10. Stwierdzenie niesamodzielności pracy lub przeszkadzanie innym, spowoduje wykluczenie Ciebie z udziału w Konkursie.

Życzymy Ci powodzenia

Zadanie 1. *(1 pkt)*

Jedna z poniżej naszkicowanych figur I, II, III, IV, V, zbudowanych z identycznych kwadratów, ma dokładnie dwie osie symetrii i środek symetrii. Figurą tą jest figura:



A. I **B.** II **C.** III **D.** IV **E.** V

Zadanie 2. *(1 pkt)*

W urnie jest 7 kul białych, 9 czerwonych i 11 niebieskich. Wszystkie kule są jednakowej wielkości. Losujący kule ma zasłonięte oczy. Losuje kolejno po jednej kuli. Ile co najmniej kul musi wylosować, by mieć pewność, że wśród nich będzie znajdowała się przynajmniej jedna kula niebieska?

A. 3 **B.** 12 **C.** 16 **D.** 17 **E.** 18

Zadanie 3. *(1 pkt)*

Liczba $10^n - 1$ jest podzielna przez 1111, gdy n jest wielokrotnością liczby:

A. 2 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 5 **E.** 6

Zadanie 4. *(1 pkt)*

Liczba a spełniająca warunek $\frac{3+2\sqrt{2}}{a+1} = \frac{1}{2\sqrt{2}-3}$ to:

A. 2 **B.** 1 **C.** 0 **D.** –2 **E.** –3

Zadanie 5. *(1 pkt.)*

Punkty A i B są środkami okręgów. Punkt A leży na okręgu o środku B. Punkt C leży na okręgu o środku A, a punkt D leży na okręgu o środku B. Ponadto punkty A, B, C, D są współliniowe i $|AB| = 6$, $|CD| = 15$. Jedna z różnic pól kół ograniczonych tymi okręgami wynosi:

A. 30π **B.** 27π **C.** 24π **D.** 21π **E.** 18π

Zadanie 6. *(1 pkt.)*

Krótsza przekątna pewnego trapezu dzieli go na dwa trójkąty prostokątne równoramienne. Krótsze ramię tego trapezu ma długość m. Obwód rozważanego trapezu jest równy:

A. $m\sqrt{2}+4m$ **B.** $2m\sqrt{2}+2m$ **C.** $3m+m\sqrt{2}$ **D.** $3m\sqrt{2}+4m$ **E.** $5m\sqrt{2}$

Zadanie 7. *(1 pkt.)*

Przyjmijmy, że $a=4\sqrt{3}-7$ i $b=\dfrac{1}{7+4\sqrt{3}}$. Stąd wynika, że:

A. $a-b=2b$ **B.** $2a+b=b-a$ **C.** $ab=1$ **D.** $2b-a=a$ **E.** $a+b=0$

Zadanie 8. *(1 pkt.)*

Wartość wyrażenia $\sqrt{\left(6-4\sqrt{3}\right)^2}$ wynosi:

A. $2\left(2\sqrt{3}-3\right)$ **B.** $-6-4\sqrt{3}$ **C.** $6+4\sqrt{3}$ **D.** $-2\left(2\sqrt{3}-3\right)$ **E.** $6\sqrt{3}-4$

Zadanie 9. *(2 pkt)*

Promień okręgu opisanego na trójkącie prostokątnym ma długość r. Wysokość opuszczona z wierzchołka kąta prostego jest cztery razy krótsza od przeciwprostokątnej. Miary kątów ostrych tego trójkąta wynoszą:

A. 15° i 75° **B.** 30° i 60° **C.** 20° i 70° **D.** 10° i 80° **E.** 40° i 50°

Zadanie 10. *(2 pkt)*

Średnia arytmetyczna n liczb wynosi 40. Jeśli do nich dołączymy liczby 170 i 90, wówczas średnia arytmetyczna wszystkich tych n+2 liczb wyniesie 50. Zatem n jest równe:

A. 14 **B.** 15 **C.** 16 **D.** 17 **E.** 187

Zadanie 11. *(2 pkt)*

Przypomnijmy określenie symbolu silni: $n!=1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot\ldots\cdot n$ dla $n>1$. Najwyższa potęga liczby sześć, która jest dzielnikiem liczby 37!, to:

A. 6^7 **B.** 6^{14} **C.** 6^{15} **D.** 6^{16} **E.** 6^{17}

Zadanie 12. (2 *pkt*)

Sześcian rozcięto płaszczyzną przechodzącą przez przekątną jednej z jego ścian na dwie części w ten sposób, że utworzony przekrój jest trójkątem równobocznym o polu $6\sqrt{3}$. Objętość mniejszej (co do objętości) z tych części wynosi:

A. $12\sqrt{3}$ **B.** 12 **C.** $4\sqrt{3}$ **D.** $4\sqrt{6}$ **E.** $8\sqrt{6}$

Zadanie 13. *(2 pkt)*

Wielokąt ma 6 razy więcej przekątnych niż boków. Liczba wierzchołków tego wielokąta wynosi:

A. 12 **B.** 13 **C.** 14 **D.** 15 **E.** 16

Zadanie 14. *(2 pkt.)*

Dany jest ułamek $\frac{41}{88}$. Funkcja f każdej liczbie naturalnej dodatniej n przypisuje n-tą cyfrę po przecinku w rozwinięciu dziesiętnym tego ułamka. Wartość wyrażenia $f(1)+f(2)+f(3)+\ldots+f(15)$ wynosi:

A. 63 **B.** 65 **C.** 67 **D.** 69 **E.** 72

Zadanie 15. *(4 pkt.)*

Wykaż, że liczba $9^{37}+27^{25}-81^{18}$ jest podzielna przez 21.

Zadanie 16. *(5 pkt.)*

Gdy Jacek miał tyle lat, ile Kinga ma obecnie, to był od niej 8 razy starszy. Kiedy Kinga będzie miała tyle lat, ile lat ma Jacek obecnie, to Jacek będzie miał 44 lata. Ile lat ma teraz Jacek, a ile Kinga?

Zadanie 17. *(5 pkt.)*

Dłuższa przekątna sześciokąta foremnego jest o 2 dm dłuższa od krótszej przekątnej tego sześciokąta. Oblicz jego pole i obwód.

TABELA ODPOWIEDZI

Zad. 1	**A.**	**B.**	**C.**	**D.**	**E.**
Zad. 2	**A.**	**B.**	**C.**	**D.**	**E.**
Zad. 3	**A.**	**B.**	**C.**	**D.**	**E.**
Zad. 4	**A.**	**B.**	**C.**	**D.**	**E.**
Zad. 5	**A.**	**B.**	**C.**	**D.**	**E.**
Zad. 6	**A.**	**B.**	**C.**	**D.**	**E.**
Zad. 7	**A.**	**B.**	**C.**	**D.**	**E.**
Zad. 8	**A.**	**B.**	**C.**	**D.**	**E.**
Zad. 9	**A.**	**B.**	**C.**	**D.**	**E.**
Zad. 10	**A.**	**B.**	**C.**	**D.**	**E.**
Zad. 11	**A.**	**B.**	**C.**	**D.**	**E.**
Zad. 12	**A.**	**B.**	**C.**	**D.**	**E.**
Zad. 13	**A.**	**B.**	**C.**	**D.**	**E.**
Zad. 14	**A.**	**B.**	**C.**	**D.**	**E.**

Brudnopis