MAŁOPOLSKI KONKURS MATEMATYCZNY
dla uczniów gimnazjów
Rok szkolny 2015/2016
ETAP WOJEWÓDZKI – 10 marca 2016 roku

1. Przed Tobą zestaw 15 zadań konkursowych.
2. Na ich rozwiązanie masz **120** minut. Piętnaście minut przed upływem tego czasu zostaniesz o tym poinformowany przez członka Komisji Konkursowej.
3. Za bezbłędne rozwiązanie wszystkich zadań możesz uzyskać **35** punktów. W każdym zadaniu zamkniętym spośród 5 proponowanych odpowiedzi tylko jedna jest poprawna.
4. Za poprawne rozwiązanie każdego z zadań od 1. do 4 otrzymasz **1** punkt. Za poprawne rozwiązanie każdego z zadań od 5. do 10. otrzymasz po **2** punkty.
5. Odpowiedzi do zadań zaznacz symbolem **X** w tabeli odpowiedzi, która znajduje się na stronie 3. arkusza. Tylko odpowiedzi zaznaczone w tabeli będą oceniane. Jeśli się pomylisz, błędne zaznaczenie otocz kółkiem i zaznacz symbolem **X** inną odpowiedź. Brak wyboru odpowiedzi będzie traktowany jako błędna odpowiedź.
6. W zadaniach 11.–15. przedstaw pełne rozwiązania, każde na oddzielnej kartce, pamiętając o wszystkich obliczeniach, potrzebnych uzasadnieniach i odpowiedziach (w czystopisie).
7. Pisz długopisem lub piórem, nie używaj korektora. Jedną kartkę z tych, które otrzymasz, możesz poświęcić na brudnopis. Brudnopis nie podlega ocenie.
8. Podczas pracy nie możesz korzystać z kalkulatora.
9. Przekaż wyłączony telefon komórkowy Komisji (jeśli go posiadasz).
10. Stwierdzenie niesamodzielności pracy lub przeszkadzanie innym, spowoduje wykluczenie Ciebie z udziału w Konkursie.

Życzymy Ci powodzenia

Zadanie 1. *(1 pkt)*

Dane jest *n* prostych równoległych. Między każde dwie sąsiednie umieszczono po dwie proste do nich równoległe. Tak samo postąpiono drugi i trzeci raz. Otrzymano w ten sposób 352 proste równoległe. Liczba prostych na początku wynosiła:

A. 13 **B.** 14 **C.** 15 **D.** 16 **E.** 18

Zadanie 2. *(1 pkt)*

Liczba wyrażająca pole powierzchni kuli w cm^2 jest cztery razy mniejsza od liczby określającej jej objętość w cm^3. Promień tej kuli ma długość:

A. 6 cm **B.** 7,5 cm **C.** 9 cm **D.** 10,5 cm **E.** 12 cm

Zadanie 3. *(1 pkt)*

Mediana i moda liczb 8, 12, 18, 12, 14, 18, x, 14 są równe. Zatem:

A. $x=18$ **B.** $x = 16$ **C.** $x=14$ **D.** $x=12$ **E.** $x=6$

Zadanie 4. *(1 pkt)*

Dzieląc liczbę a przez 7 otrzymujemy resztę 2. Dzieląc liczbę b przez 7 otrzymujemy resztę 5. Reszta z dzielenia liczby $a \cdot b$ przez 7 wynosi:

A. 0 **B.** 1 **C.** 3 **D.** 5 **E.** 6

Zadanie 5. *(2 pkt.)*

Przekątna kwadratu jest o 3 cm dłuższa od jego boku. Pole tego kwadratu jest równe:

A. $27+18\sqrt{2}\ cm^2$ **C.** $27+9\sqrt{2}\ cm^2$ **E.** $27\ cm^2$

B. $27-18\sqrt{2}\ cm^2$ **D.** $27-9\sqrt{2}\ cm^2$

Zadanie 6. *(2 pkt.)*

Wartość wyrażenia $\left|\sqrt[3]{-16}+2\right|-\left|\sqrt[3]{54}-4\right|$ jest równa:

A. $6-5\sqrt[3]{2}$ **B.** $\sqrt[3]{2}-2$ **C.** $2-\sqrt[3]{2}$ **D.** $5\sqrt[3]{2}+6$ **E.** $5\sqrt[3]{2}-6$

Zadanie 7. *(2 pkt.)*

Symbol n! (gdzie n jest liczbą naturalną większą od 1) można określić następująco: $n!=1\cdot 2\cdot 3\cdot \ldots \cdot (n-1)\cdot n$. Największa potęga liczby 3, która jest dzielnikiem liczby $28!:12^3$ to:

A. 3^6 **B.** 3^7 **C.** 3^8 **D.** 3^9 **E.** 3^{10}

Zadanie 8. *(2 pkt.)*

Liczba zer w liczbie $\frac{1600^5}{8^{12} : 4^{13}}$ zapisanej w dziesiątkowym systemie pozycyjnym wynosi:

A. 8 **B.** 9 **C.** 10 **D.** 11 **E.** 12

Zadanie 9. *(2 pkt.)*

Świeca w kształcie stożka o promieniu podstawy r = 6 cm i wysokości h = 20 cm wypaliła się (od wierzchołka stożka) tak, że jej wysokość zmniejszyła się o $\frac{1}{3}h$. Przyjmij, że wypalona część świecy ma kształt stożka. Objętość pozostałej części, z dokładnością do 0,1 % wynosi:

A. 96,3 % **B.** 96% **C.** 88,9% **D.** 66,7 % **E.** 66,6 %

objętości całej świecy.

Zadanie 10. *(2 pkt.)*

Punkty A i B poruszają się po okręgu o długości 120 m, po starcie ze wspólnego punktu P na tym okręgu. Jeśli poruszają się w zgodnym kierunku, to spotykają się co 30 sekund. Gdy poruszają się w przeciwnych kierunkach, to spotykają się co 5 sekund. Prędkości tych punktów, wyrażone w $\frac{m}{s}$ są równe:

A. 17 i 13 **B.** 14 i 10 **C.** 15 i 11 **D.** 12 i 8 **E.** 11 i 7

TABELA ODPOWIEDZI

Zad.1	A.	B.	C.	D.	E.
Zad.2	A.	B.	C.	D.	E.
Zad.3	A.	B.	C.	D.	E.
Zad.4	A.	B.	C.	D.	E.
Zad.5	A.	B.	C.	D.	E.
Zad.6	A.	B.	C.	D.	E.
Zad.7	A.	B.	C.	D.	E.
Zad.8	A.	B.	C.	D.	E.
Zad.9	A.	B.	C.	D.	E.
Zad.10	A.	B.	C.	D.	E.

Zadanie 11. *(3 pkt.)*

Wykorzystując informację, że dla pewnej liczby naturalnej n liczba $4^n - 1$ jest podzielna przez 3, wykaż, że liczba $4^{n+1} - 1$ też jest podzielna przez 3.

Zadanie 12. (4 *pkt.*)

Sporządź wykres funkcji *f* określonej wzorem $f(x)=\frac{2\cdot|2x-3|}{3-2x}$. Określ dziedzinę, zbiór wartości oraz miejsca zerowe funkcji *f*.

Zadanie 13. *(4 pkt.)*

Przyjmij, że $\frac{x}{x+y} = t$, gdzie x, y są liczbami dodatnimi. Zapisz wyrażenie $\frac{y}{2x+2y}$ używając tylko liczb, znaków działań i litery t.

Zadanie 14. *(4 pkt.)*

Sześcian o krawędzi długości 12 cm przecięto płaszczyzną otrzymując w przekroju sześciokąt foremny. Wykonaj rysunek i oblicz pole tego sześciokąta.

Zadanie 15. *(4 pkt.)*

W okręgu o długości 10π cm zaznaczono średnicę *AB* i równoległą do niej cięciwę *CD* tak, że powstał trapez *ABCD*. Wysokość *CE* trapezu *ABCD* dzieli średnicę AB w stosunku 1:4. Sporządź rysunek oraz oblicz pole i obwód tego trapezu.