



Kod ucznia .....

## **MAŁOPOLSKI KONKURS MATEMATYCZNY**

**dla gimnazjalistów**

**Rok szkolny 2010 / 2011**

**ETAP WOJEWÓDZKI – 4 marca 2011 roku**

1. Przed Tobą zestaw **15** zadań konkursowych. Za bezbłędne rozwiązanie wszystkich zadań możesz uzyskać **36** punktów.
2. Na ich rozwiązanie masz **120** minut. Piętnaście minut przed upływem tego czasu zostaniesz o tym poinformowany przez członka Komisji Konkursowej.
3. W zadaniach **1. – 5.** przedstaw pełne rozwiązania, każde na oddzielnej kartce, pamiętając o wszystkich obliczeniach, potrzebnych uzasadnieniach i odpowiedziach (w czystopisie).  
Za poprawne rozwiązanie każdego z zadań od **6.** do **10.** otrzymasz **1** punkt. Za poprawne rozwiązanie każdego z zadań od **11.** do **15.** otrzymasz **2** punkty. Spośród 5 proponowanych odpowiedzi tylko jedna jest poprawna.
4. Odpowiedzi do zadań **6. – 15.** zaznacz symbolem **X** w tabeli odpowiedzi, która znajduje się na końcu arkusza. Tylko odpowiedzi zaznaczone w tabeli będą oceniane. Jeśli się pomylisz, błędne zaznaczenie otocz kółkiem i zaznacz symbolem **X** inną odpowiedź. Brak wyboru odpowiedzi będzie traktowany jako błędna odpowiedź.
5. Pisz długopisem lub piórem, nie używaj korektora. Jedną kartkę z tych, które otrzymasz, możesz poświęcić na brudnopis. Brudnopis nie podlega ocenie.
6. Podczas pracy nie możesz korzystać z kalkulatora.
7. Wyłącz telefon komórkowy, jeśli go posiadasz.
8. Stwierdzenie niesamodzielności pracy lub przeszkadzanie innym, spowoduje wykluczenie Ciebie z udziału w Konkursie.

**Życzymy Ci powodzenia**

**Zadanie 1.** / 3 pkt /

Wyznacz wszystkie trójki liczb pierwszych  $x, y, z$  dla których  $x^2 = y^2 + z$ .

**Zadanie 2.** / 3 pkt /

Wykaż, że dla dowolnych liczb rzeczywistych  $a, b, c$  spełniona jest nierówność

$$a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ac$$

**Zadanie 3.** / 4 pkt /

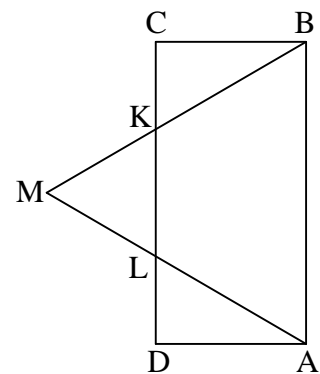
W trapezie  $ABCD$  o podstawach długości  $|AB| = 11$  i  $|CD| = 3$  oraz ramionach długości  $|AD| = 9$  i  $|BC| = 7$  poprowadzono wysokość  $DE$ . Oblicz długości wysokości i najdłuższej przekątnej trapezu  $ABCD$ .

**Zadanie 4.** / 5 pkt /

Czworokąt  $ABCD$  jest prostokątem,

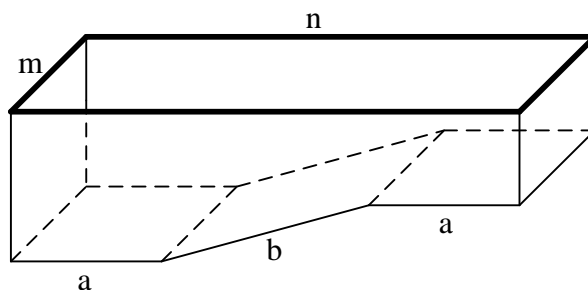
w którym  $|AB| = 60$  cm i  $|BC| = 30$  cm. Trójkąt  $ABM$  jest równoboczny.

- Uzasadnij, że trójkąt  $KLM$  jest równoboczny.
- Oblicz pole trójkąta  $KLM$ .



**Zadanie 5.** / 6 pkt /

Rysunek przedstawia projekt szkolnego basenu pływackiego. Głębokość basenu w naj płytszym miejscu ma wynosić  $160$  cm, a w najgłębszym  $300$  cm. Pozostałe wymiary pokazane na rysunku wynoszą:  $\mathbf{m} = 12$  m ;  $\mathbf{n} = 20$  m ;  $\mathbf{b} = 5$  m.



Oblicz długość odcinka  $\mathbf{a}$  i objętość  $\mathbf{V}$  basenu.

**Zadanie 6. / 1 pkt /**

O ile jest mniejsza suma cyfr liczby  $10^{10} + 5^4$  od sumy cyfr liczby  $10^{10} - 5^4$ ?

- A. o 50                      B. o 49                      C. o 1250                      D. o 63                      E. o 64.

**Zadanie 7. / 1 pkt /**

Funkcja  $f$  określona jest wzorem

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{dla } x > 0 \\ 0 & \text{dla } x = 0 \\ -1 & \text{dla } x < 0 \end{cases}$$

Funkcja  $g(x) = f(x) - 1$

- A. ma dokładnie jedno miejsce zerowe.  
B. ma dokładnie dwa miejsca zerowe.  
C. ma nieskończenie wiele miejsc zerowych.  
D. nie ma miejsc zerowych.  
E. jest stała.

**Zadanie 8. / 1 pkt /**

Dane są liczby:  $a = (\sqrt{7} - \sqrt{6})^{-1}$  i  $b = \sqrt{7} + \sqrt{6}$ . Wskaż zdanie prawdziwe.

- A. Liczby  $a$  i  $b$  są równe.  
B. Liczba  $a$  jest o 1 większa od liczby  $b$ .  
C. Liczba  $b$  jest o 1 większa od liczby  $a$ .  
D. Liczba  $a$  jest o  $\sqrt{2}$  większa od liczby  $b$ .  
E. Liczba  $b$  jest o  $\sqrt{2}$  większa od liczby  $a$ .

**Zadanie 9. / 1 pkt /**

Przekątne pięciokąta foremnego wychodzące z jednego wierzchołka tworzą kąt o mierze

- A.  $72^\circ$                       B.  $60^\circ$                       C.  $54^\circ$                       D.  $36^\circ$                       E.  $18^\circ$

**Zadanie 10. / 1 pkt /**

Która z wymienionych poniżej liczb jest średnią arytmetyczną dwóch kolejnych liczb pierwszych?

- A. 14                      B. 20                      C. 27                      D. 34                      E. 37

**Zadanie 11. / 2 pkt /**

Ile jest dwucyfrowych liczb naturalnych, które są równe sześciannowi sumy swoich cyfr?

- A. Jedna.  
B. Dwie.  
C. Trzy.  
D. Cztery.  
E. Nie ma takich liczb.

